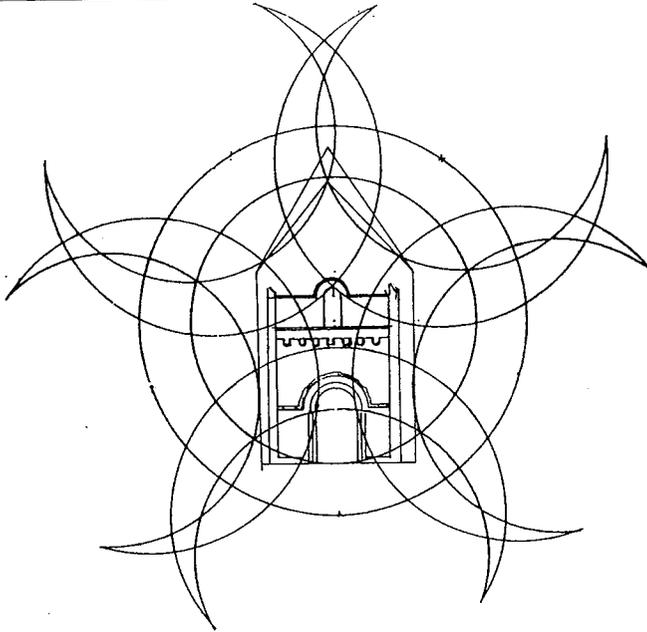


"Si les hommes méprisent les nombres parce qu'ils n'en connaissent pas l'essence, ceux qui savent et qui réfléchissent découvrent l'unité de la nature qui fait du nombre et de la sagesse une même vérité intelligible."

Saint AUGUSTIN

Bien avant la Cathédrale...



Dans les environs de Lignières
Eglise de CONDE (XI^{ème} Siècle)

Sur un des piliers du chœur, un ensemble de cercles gravés à rapprocher du plan de l'édifice ou de la façade.

S'agit-il d'un tracé régulateur ?

Les traces des constructeurs dans la Cathédrale :

a) formes et directions :

- Vitrail de Lazare et du mauvais riche : le fil à plomb
- Vitrail de Saint THOMAS : en bas règle et équerre

Une absence remarquée : la corde à 12 noeuds (en fait 13 noeuds définissant 12 intervalles et appelée corde à 12 noeuds lorsque le premier recouvre le dernier):



Elle permet de :

- matérialiser une ligne droite (tendue)
- tracer des cercles
- reporter des longueurs
- tracer des perpendiculaires

Système de mesure et construction très ancien : Dans Ezéchiel 40-3 : "... et voici qu'il y avait un homme dont l'aspect était comme celui de l'airain. Il avait dans la main un cordeau de lin et une canne à mesurer, et il se tenait dans le porche..."

b) mesures :

fil à plomb, corde, équerre permettent de tracer des figures.

- Vitrail de Saint THOMAS : la canne du Maître d'Oeuvre :

Il faut les mettre à l'échelle, à une échelle qui soit la même pour tous, c'est à dire connaître la distance qui sépare deux noeuds de la corde : c'est le rôle de la canne du Maître d'Oeuvre qui sert d'étalon de longueur.

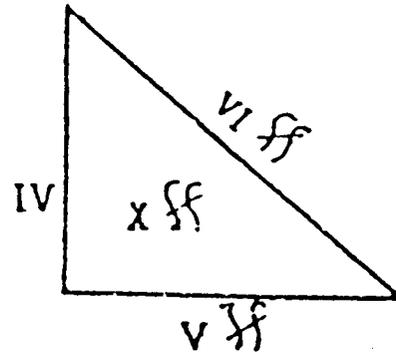
Rappel : la numérotation décimale fut "inventée" à la fin du XVIème Siècle, le système métrique à la Révolution, et à l'époque de la construction de la Cathédrale le zéro venait tout juste d'arriver ; le système de calcul utilisé était à base duodécimale et a été développé par Gerbert d'Aurillac, le Pape de l'an Mil (sous le nom de Sylvestre II).

Dans ce traité sont développés les calculs des triangles : les cotés et surfaces sont donnés par des nombres entiers suivis d'une ou plusieurs fractions ayant un nom latin et affectée d'un symbole.

Exemple pour un triangle :

petit coté 4, grand coté 5 et 1 triens
hypothénuse 6 et 1 bisse, surface 10 et 1 bisse

Soit avec notre système actuel :
Cotés de l'angle droit : 4 et 5+4/12
hypothénuse 6+8/12
surface 10+8/12



Système de calcul difficile à utiliser sur un support très onéreux (parchemin).

Les quelques calculs étaient donc effectués sur un plateau recouvert de poussière, une ardoise appelée abaque.

Au portail Sud de la Cathédrale:
Saint ETIENNE tenant l'abaque.

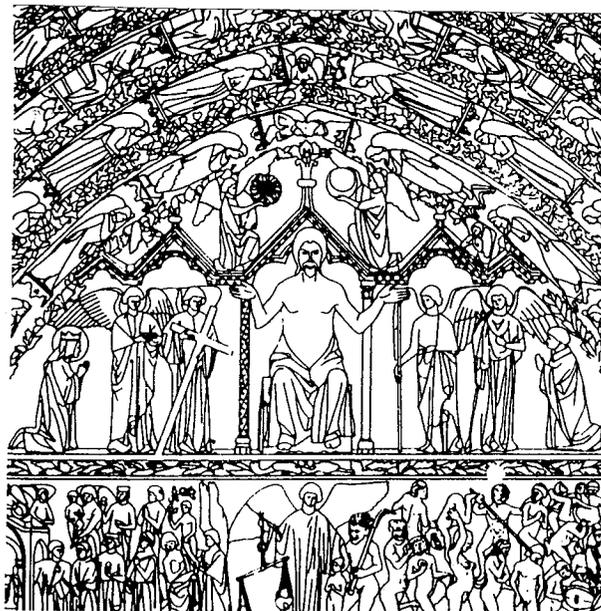
c) La référence du chantier :

Sur un chantier de petite importance la référence était donnée par le corps du Maître d'Oeuvre lui-même à partir duquel il pouvait reconstituer sa canne étalon.

Sur un chantier de grande taille une référence était gravée dans la pierre et les Maîtres des différents corps de métier pouvaient venir re-étalonner leur canne, en reconstituer une en cas de perte, etc... La mesure étalon était ainsi conservée pendant toute la durée du chantier, elle pouvait être transportée à la carrière.

Dans le cadre de la Cathédrale de BOURGES, comme pour la Cathédrale de CHARTRES, certains pensent que la statue du Christ du tympan du Jugement dernier était réalisée en tout premier, la distance entre le bas des paumes se faisant face constituant la longueur étalon, la référence pour tout le chantier.

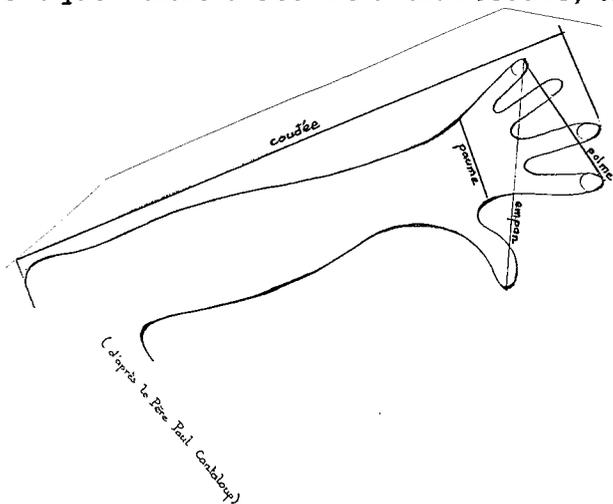
D'un point de vue iconographique, le fait de représenter le Christ assis sur une maquette de la Cathédrale paraît confirmer cette hypothèse et imaginer le Christ présidant du début à la fin de la construction semble symboliser la volonté ayant présidé à la construction du bâtiment.



d) La canne du Maître d'Oeuvre :

Cette canne avait pour longueur 2 coudées + 1 empan,
ou encore 1 coudée + 1 pied + 1 empan + 1 palme + 1 paume.

Les rapports entre ces diverses mesures étaient constants, mais la valeur de base variait suivant la province, la région dans la province et même le chantier puisque chaque Maître d'Oeuvre avait recours, à la limite, à sa physionomie :



La base de ces diverses mesures est censée être le diamètre du grain d'orge (= 1 ligne) et l'on obtient les valeurs suivantes :

1 paume = 34 lignes

1 palme = 55 lignes

1 empan = 89 lignes

1 pied = 144 lignes

1 coudée = 233 lignes

Aux archives Départementales existe une table de concordance dressée en 1813 pour faciliter la conversion en mètres des anciennes mesures locales du département; ainsi la toise de Bourges vaut 1,94 mètres; sachant que la toise vaut 6 pieds on en déduit que 1 pied = 0,323 m, 1 coudée = 0,526 m et 1 palme = 0,200 m.

Soit encore que la canne du Maître d'Oeuvre Berrichon devait valoir 1,252 m.

En opérant de façon indirecte par procédé optique, nous avons obtenu pour le Christ du tympan la valeur de 1,49 m entre les extrémités des doigts et de 1,14 m dans les creux des paumes, ce qui ne correspond pas à 1,25 m...

La théorie de la statue du Christ ne paraît donc pas validée, sauf à avoir mesuré à un mauvais emplacement, à considérer qu'elle a été refaite au XIX^{ème} Siècle ou à imaginer que le Maître d'Oeuvre n'était pas très grand ...

La valeur exprimée en ligne de chacun des composants de la canne du Maître d'Oeuvre se retrouve dans la série établie au début du XIII^{ème} Siècle par Léonard de Pise, dit FIBONACCI qui répondait au problème suivant : "Combien de paires de lapins peuvent être engendrées par une paire unique en un an si, chaque mois, chaque paire produit une autre paire qui devient productive à son tour à partir du 2ème mois ?"

Réponse : 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233

Chaque terme de cette suite est obtenu par l'addition des deux qui précèdent et le rapport de chaque terme sur celui qui le précède tend vers le rapport 1,618... appelé maintenant nombre d'or.

Ce même nombre d'or engendre une suite dont chaque terme est égal à la somme des deux qui précèdent (donc une suite de Fibonacci) et dont chaque terme est également égal au produit de celui qui le précède par 1,618 :

... 0,382 0,618 1 1,618 2,618 ...
 ... $1/\varphi^2$ $1/\varphi$ 1 φ φ^2 ...

Présence du nombre d'or :

Dans la géométrie on retrouve le nombre d'or dans les proportions de certains rectangles et triangles, dans la construction des pentagones et décagones, c'est à dire la division en 5 parties; on le rencontre également indirectement dans le rapport entre deux valeurs comprises dans la suite de Fibonacci.

Ainsi dans la nature :

- végétaux : fleurs à 5 pétales également répartis, feuilles disposées sur une tige en suivant une hélice avec un rythme de 5 (pommier, poirier, chêne,...) disposition du coeur de la marguerite : 34 spirales à droite et 21 à gauche, soit 2 termes de la suite de Fibonacci...
- règne animal : étoile de mer, oursin
- corps humain : rapport hauteur nombril sur hauteur totale rapport des longueurs des phalanges ($1^{\text{ère}}/2^{\text{ème}} = 2^{\text{ème}}/3^{\text{ème}} = 1,618$) structure de l'ADN : double hélice de 20 (ou 21 ?) angströms de diamètre pour 31 angströms de pas
- Musique et poésie : de la vibration d'une corde (= son de base) on passe à l'octave en appuyant sur le milieu de la corde, à la quinte en appuyant au tiers de la corde, etc..., soit :
 1/1 unisson 2/1 octave 3/2 quinte 5/3 sixte majeure 8/5 sixte mineure ...
 autant de fractions où apparaissent des nombres de la suite de Fibonacci
 Certains rythmes (jazz : 5/3)...
- Poésie : un sonnet qui groupe 2 quatrains suivis de 2 tercets donne un rapport existant dans la suite de Fibonacci.

- Une définition : la dénomination nombre d'or est récente mais

En 1509 le moine mathématicien Luca Pacioli appelle ce nombre la divine proportion parce qu'il possède plusieurs attributs de la divinité :

- * il est unique, comme Dieu
- * il régit une relation entre 3 termes et reste semblable à lui-même (Trinité)
- * il participe au caractère extra-humain parce que représenté par un nombre irrationnel
- * il est la clé de la construction des pentagones réguliers.

Vers les tracés régulateurs :

La composition d'une oeuvre donnée, architecturale, picturale, ou autre, repose sur un schéma de principe.

Consciemment ou non le créateur ou l'artiste ont fondé leurs compositions sur des ossatures géométriques, sur des combinaisons de figures géométriques.

Le but du "jeu" est donc de rechercher et de caractériser les ossatures en question.

Deux méthodes de recherche :

1) dégager d'abord des noeuds et lignes essentiels et rechercher si le réseau obtenu peut être rattaché à un nombre, une figure.

2) après tâtonnement on part d'un réseau et l'on vérifie qu'il rencontre d'autres noeuds essentiels.

Les limites de la méthode :

Etant donné la part personnelle de chacun, on trouve plusieurs tracés pour une même oeuvre.

La réalisation du bâtiment lui-même : les approximations du chantier ne permettent plus de savoir ce qu'a voulu exactement le concepteur.

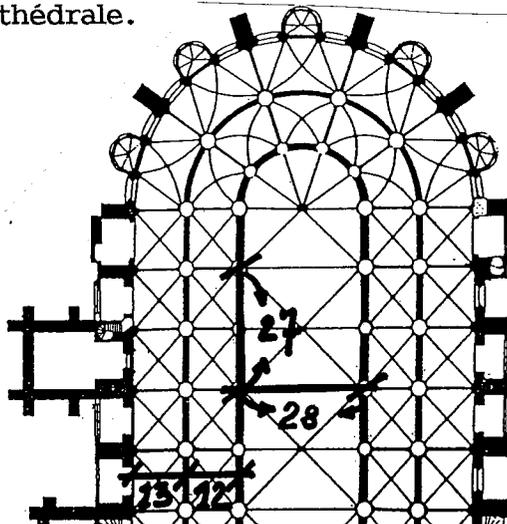
Ainsi des formes peuvent être caractérisées par des coefficients très voisins et l'exemple le plus étonnant est celui de la grande pyramide de Chéops : la coupe de la pyramide donne pour rapport des deux cotés de l'angle droit les chiffres 1,27272 ou 1,27201, cette différence venant de la façon dont on estime les dimensions du monument fini incluant son revêtement, son niveau de base, etc...

Le premier coefficient correspond à des critères de choix arithmétiques (440 et 280 coudées royales) et le second correspond au nombre d'or.

A la recherche de la coudée du Berry :

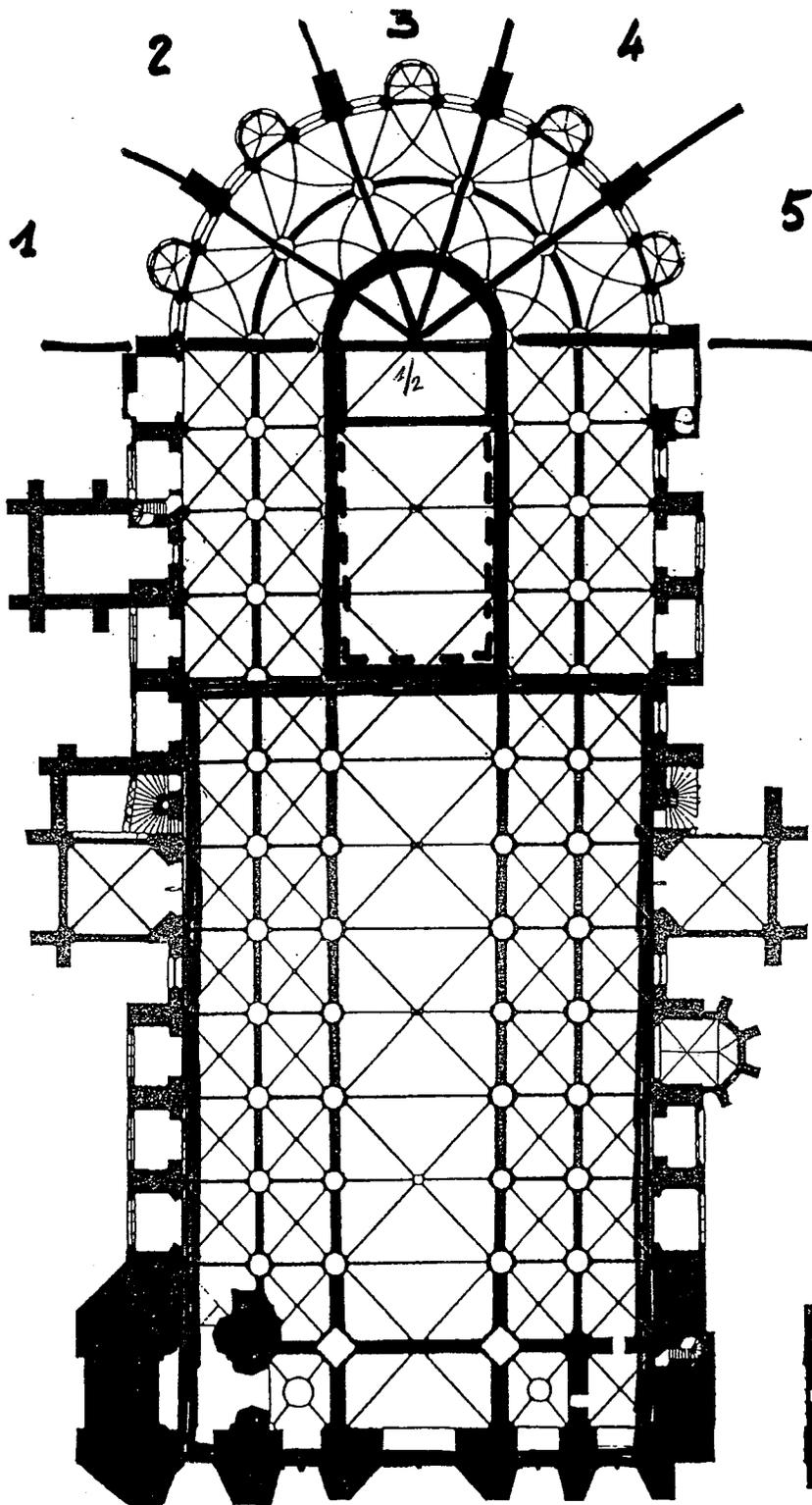
Il peut être amusant de rechercher à partir des dimensions du monument quelle fut l'étalon utilisé par les Maîtres d'Oeuvre de la Cathédrale.

En partant de la valeur donnée par la table de concordance et en recherchant l'étalon qui s'adapte le mieux aux diverses mesures effectuées, on trouve en n'utilisant que la vue en plan et en mesurant d'axe de pilier à axe de pilier (critères logiques d'implantation du bâtiment) un nombre exact de coudées dans la trame (à quelques centimètres près).



Autour des plans et coupes de la Cathédrale :

D'un texte concernant la reconstruction de l'abbatiale de Saint TROND : "A cette époque la construction de cette vieille église a été agrandie de beaucoup afin qu'elle soit telle qu'il convient aux églises parfaites selon ce que disent les Docteurs, à savoir être construite conformément à la stature du corps humain."



Vue en plan :

Composition double :
partie circulaire et partie
rectangulaire.

A l'origine : présence du
jubé, donc décomposition
du bâtiment en deux
parties.

La partie rectangulaire à
rapporcher du carré,
image de l'homme et de la
terre, est rythmée par
des rectangles $1/2$ et
pour la nef au-delà du
choeur on trouve un
rapport $1/1,618$ à utiliser
avec réserve car la
travée la plus Ouest
semble correspondre à un
narthex et ne pas faire
partie de la nef
proprement dite.

La partie circulaire,
image du divin, est
divisée en 5 secteurs par
les 4 piliers :
construction réalisée à
l'aide du nombre d'or,
chaque secteur est
constitué d'un triangle
isocèle de base 1 et de
coté $1,618$.

Soit :

cercle + nombre d'or :
le plus proche du divin,
dans le choeur,
et carré ou rectangle
pour la nef, espace
réservé à l'homme.

Hasard ?

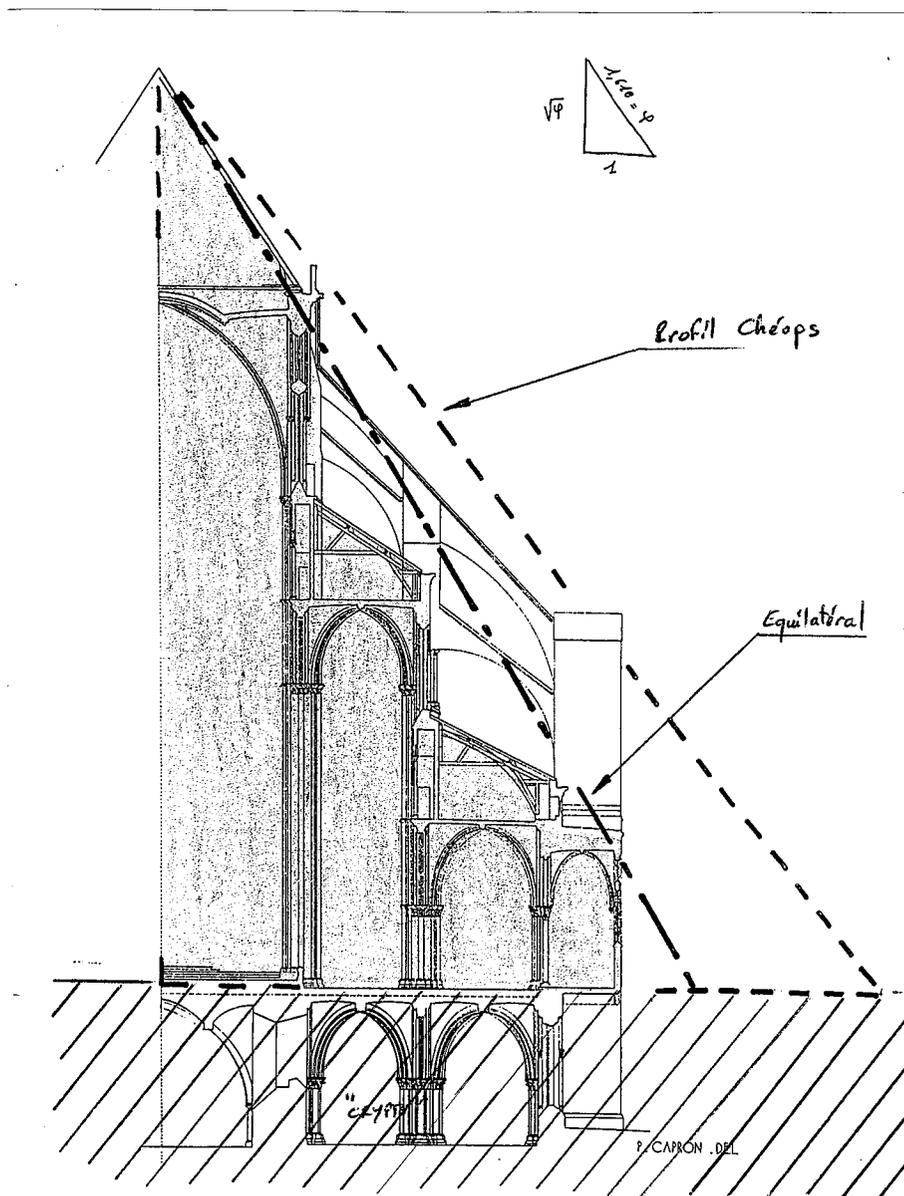
Sur le profil de la Cathédrale :

Certains auteurs rapprochent le tracé de la Cathédrale de celui de la pyramide de Chéops...

Sur le dessin ci contre ce tracé a été reproduit ainsi que celui du triangle équilatéral.

Ce dernier paraît mieux correspondre aux volumes pleins, tandis que le profil de Chéops s'adapte plus à la pente des arcs boutants...

BRANNER dit que Bourges solutionne le problème de l'intégration des volumes dans une construction en pyramide..



Un point particulier du plan de la Cathédrale : l'écartement différentiel des piliers entre le chœur et le fond de la nef : une simulation informatique de la perspective donne une incidence sur la largeur apparente de 5%, ce qui paraît peu.

S'agit-il d'un essai du second Maître d'Oeuvre, puisque l'écartement entre piliers reste constant pour tout ce qui concerne la première phase de la construction (jusqu'à l'emplacement du jubé) et ne devient évolutif qu'au delà, à une époque où l'on ne savait pas calculer la perspective ? Ce qui est certain c'est que cet écart de 70 centimètres n'est pas accidentel...

Quels symboles ?

- Dans l'ensemble du bâtiment on remarque des lignes extrêmement dépouillées.
- Les formes de détail sont conçues pour garder un sentiment d'unité (traitement identique des piliers faibles et forts)
- Dans ces formes très simples on "lit" 2 rapports géométriques : des rectangles double carré (1/2) et le chiffre 5
 - 5 portails et 5 travées
 - 5 étages (3 vitrés et 2 triforiums)
 - 5 divisions du chœur

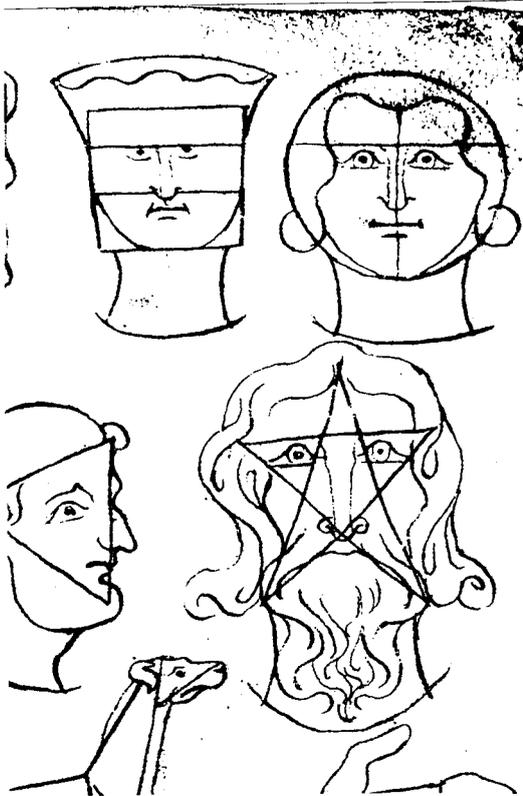
Symboles liés aux nombres : la valeur symbolique de chaque nombre est énoncée dogmatiquement et vérifiée ensuite par l'examen des passages de l'écriture où figurent ces nombres.

Le chiffre 5 a toujours une forte connotation ésotérique : pour le compagnon c'est le symbole de l'être humain (tête, bras et jambes - les compagnons reçus peuvent signer leur travail d'une étoile à 5 branches); l'homme porte ce chiffre en lui (5 doigts aux mains et aux pieds).

En géométrie il génère une figure sans fin : d'un pentagone on en déduit un autre qui s'inscrit dans le premier et ainsi de suite, ce chiffre a un rapport au dynamisme, à la vie.

Dans l'Écriture : 5 livres de Moïse, 5 pierres de David, 5 plaies du Christ.

L'album de Villard de Honcourt, Architecte du XIII^{ème} Siècle, nous laisse quelques pages interprétées de diverses manières :



Pour Emile MALE :

"Si les masques du couple sont encadrés par un carré pour la femme, par un cercle pour l'homme, c'est dans un pentacle que s'inscrit le visage du Père Eternel."

Pour Roland BECHMANN :

"Pour se souvenir de figures géométriques on leur donnait des noms imagés et les personnages sont destinés à faciliter la mémorisation de certaines constructions ou figures géométriques (comme on le fait avec les constellations pour identifier les étoiles)."

Pour Maurice VIEUX :

"L'homme, figurant le Compagnon, non pas un jeune homme, mais un homme fait, conscient de ses connaissances, de sa force, le regard non pas fixe, mais fixé au loin, comme s'il regardait cette Étoile qui le guide, et résume une partie de son savoir technologique (la construction du pentagone régulier étoilé considéré comme un secret)."

Il y a donc lieu d'être prudent dans ce que l'on interprète...

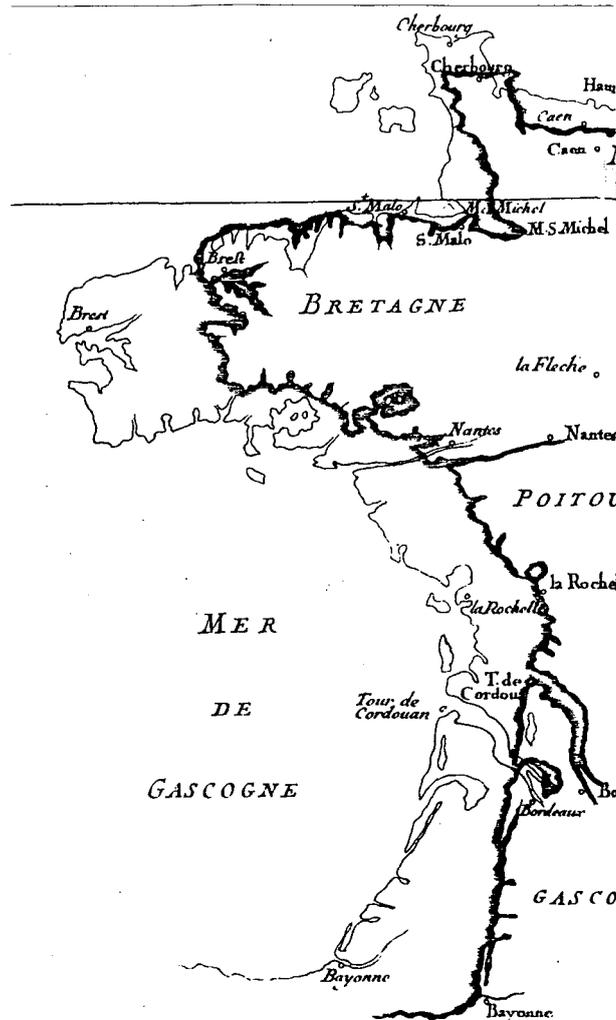
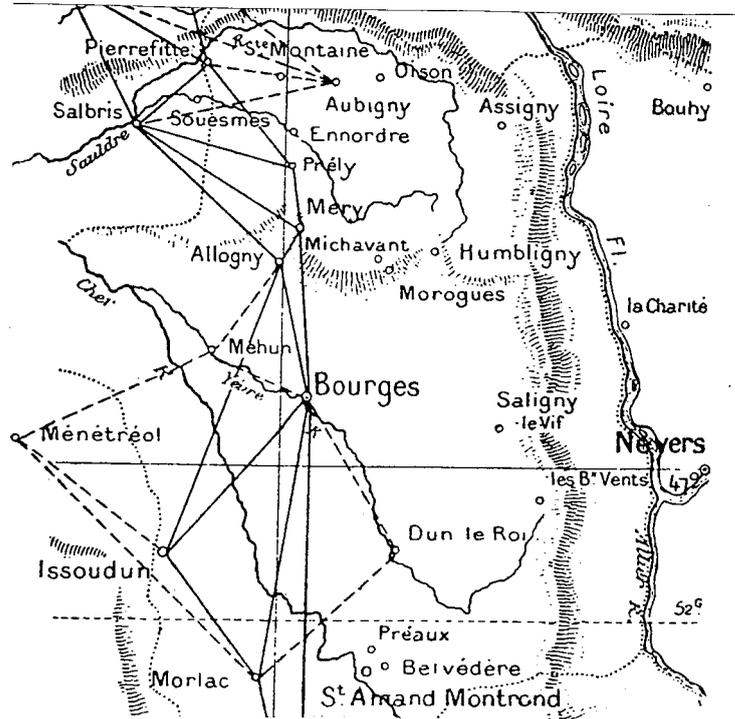
Plus près de notre époque :

C'est l'utilisation de la Cathédrale et de sa hauteur pour les travaux géodésiques, la détermination de la méridienne.

Les travaux astronomiques de l'abbé PICARD, au XVII^{ème} Siècle, ont mis en lumière les déformations de la carte de France, en partie en raison des divers étalons régionaux. Colbert confie à l'Académie des Sciences la réalisation de la mesure de la méridienne de Paris par observations d'une suite de triangles mis à l'échelle à partir de bases mesurées en région parisienne, dans le nord et le midi.

Ces travaux débutent en 1683 et sont arrêtés la même année par la mort de Colbert; J.D. CASSINI qui opère vers le Sud depuis Paris est arrivé jusqu'à Bourges.

Au sommet et à l'axe de la Tour de beurre on voit le macaron de cuivre utilisé par les géodésiens.



Ces travaux seront repris en 1700 et à nouveau arrêtés en 1701 (guerre), mais déjà CASSINI interprète ces résultats en constatant une diminution du méridien quand on va vers le pôle et lance ainsi une querelle célèbre sur l'aplatissement de la Terre; les travaux de la méridienne ne seront en fait terminés qu'en 1744. (date à rapprocher de la réalisation par le chanoine astronome GOMET en 1757 du gnomon constitué par la lame de cuivre et les trous dans les vitraux).

Ces divers travaux géodésiques et astronomiques avec leurs conséquences sur la représentation du pourtour de la France laisseront à Louis XIV ce mot : "ces messieurs de l'Académie, avec leurs chers travaux, m'ont enlevé une partie de mon royaume".

Du haut de la Cathédrale, CASSINI avait pu observer des signaux situés à Michavant, Méry, Dun et Morlac.